



LA RÉSOLUTION DE
PROBLÈMES
Cycles 2 et 3

Avril 2019 – Bassin de MONTBÉLIARD

MISE EN ACTIVITÉ

Résolvez ce problème en faisant le moins d'opérations possibles :

Problème 1 :

Laurence achète une trousse à 7€ et un classeur. Elle paie 15€. Jean achète un classeur et une équerre. Il paie 3€ de moins que Laurence.

Combien coûte l'équerre ?

Problème 2 :

Laurent a suivi des cours de danse pendant 7 ans et s'est arrêté à 15 ans. Jeanne a commencé au même âge et s'est arrêtée 3 ans plus tôt.

Combien d'années Jeanne a-t-elle fait de la danse ?

MISE EN ACTIVITÉ

Résolvez ce problème en faisant le moins d'opérations possibles :

Problème 2 :

Laurent a suivi des cours de danse pendant 7 ans et s'est arrêté à 15 ans. Jeanne a commencé au même âge et s'est arrêtée 3 ans plus tôt.

Combien d'années Jeanne a-t-elle fait de la danse ?

$$7-3=4$$

MISE EN ACTIVITÉ

Mise en commun

Problème 1 :

Laurence achète une trousse à 7€ et un classeur. Elle paie 15€. Jean achète un classeur et une équerre. Il paie 3€ de moins que Laurence.

Combien coûte l'équerre ?

The diagram illustrates the problem-solving process for finding the price of a set square. It consists of three main parts:

- Left Panel:** Shows Laurence's purchase. A blue trousse is labeled 7€, and a blue binder is labeled ?? €. A horizontal line is drawn below these items, with 15€ written below the line. A red diagonal line is drawn through the binder.
- Middle Panel:** A white box containing the equation $7 - 3 = 4$.
- Right Panel:** Shows Jean's purchase. A green set square is labeled ?? €, and a blue binder is labeled ?? €. A horizontal line is drawn below these items, with 3€ de - written below the line. A red diagonal line is drawn through the binder.

Blue arrows indicate the flow of information: one arrow points from the ?? € price of the binder in the right panel to the ?? € price of the binder in the left panel, and another arrow points from the 3€ de - result in the right panel to the 15€ total in the left panel.

AUTRE PROBLÈME

Problème :

Une mouche et une diligence sont sur un point de départ. Elles vont toutes deux jusqu'à un point A situé à 10 km (en ligne droite). La mouche vole à une vitesse de 20km/h et fait des aller-retour entre le point A et la diligence, qui elle, roule à 10km/h.

Combien aura parcouru la mouche lorsque la diligence sera arrivée.



COMMENT ENSEIGNER LA
RÉ^ÉSOLUTION DE
PROBLEMES ?

État des lieux des pratiques

- Sources de difficultés (élèves)
- Sources de difficultés (enseignant)
- Temps accordé en moyenne à l'apprentissage

Qu'est-ce qu'un problème ?

- Problème simple / Problème riche

7 POINTS CLÉS

D'après Ollivier HUNAULT - Journée académique du 5 décembre 2018 - Académie de Besançon

1

Varier les problèmes

- Typologie par objectif
- Typologie de VERGNAUD
- (manuels ?)

2

Prendre en compte les obstacles à la compréhension

- Eviter les analogies naïves
- Eviter les raccourcis sémantiques
- Travailler les problèmes riches
- Travailler une variété de supports

3

Assurer une fréquence

4

Mettre en place une différenciation

5

S'assurer que le temps de recherche est important

6

Privilégier certaines compétences

7

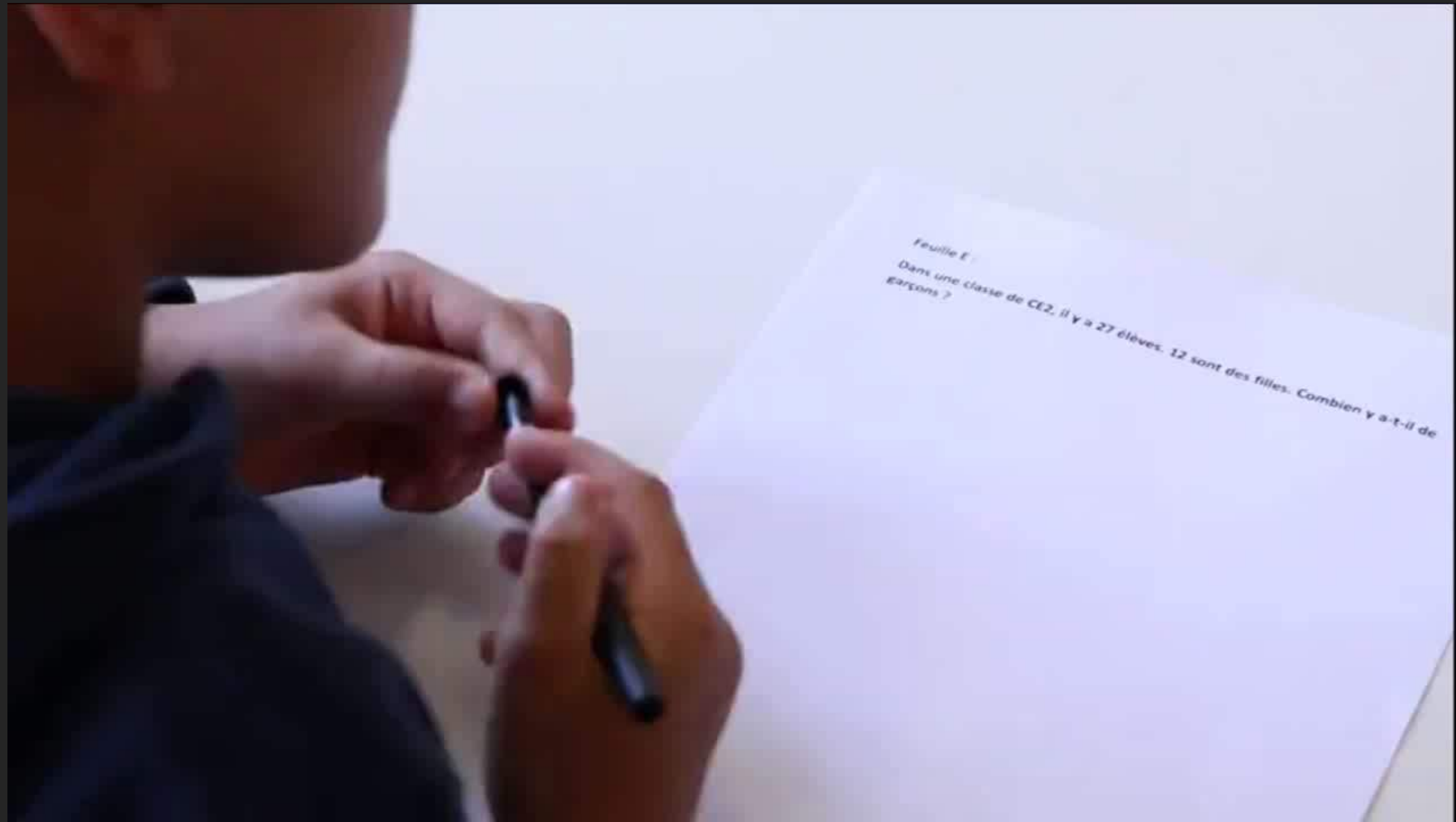
Favoriser les échanges entre pairs



POINT 2 – LA
COMPRÉHENSION

COMMENT S'ASSURER DE LA COMPRÉHENSION

Dans une classe de CE2, il y a 27 élèves. 12 sont des filles. Combien y a-t-il de garçons ?



EXEMPLE

Résolvez ce problème :

Séró 189 matricát akar 9 dobozba szétosztani egyenlően. Ehhez, mennyi matricát kell tennie egy dobozba?

Serio veut ranger 189 autocollants équitablement dans 9 boîtes. Pour cela, combien d'autocollants doit-il mettre dans chaque boîte ?

COMMENT S'ASSURER DE LA COMPRÉHENSION ?

Pour certains élèves, les règles à suivre en résolution de problèmes :

- **Règle 1** : Dans la mesure du possible, j'évite de lire le problème. Lire le problème prend du temps et rend les choses compliquées.
- **Règle 2** : Je surligne les nombres du problème, en faisant bien attention de ne pas oublier les nombres écrits en lettres.
- **Règle 3** : Si la règle 2 fait apparaître au moins trois nombres, la meilleure solution est de les additionner ensemble.
- **Règle 4** : Si il n'y a que deux nombres et qu'ils sont relativement proches, alors faire une soustraction devrait donner le meilleur résultat.
- **Règle 5** : Si il n'y a que deux nombres et que l'un est beaucoup plus petit que l'autre, alors le mieux est d'essayer de faire une division, si cela ne tombe pas juste alors je laisse tomber et je multiplie les deux nombres.
- **Règle 6** : Si les règles 1 à 5 ne marchent pas, alors prendre les nombres repérés avec la règle 2 et remplir la page de calculs en utilisant ces nombres. Entourer ensuite deux ou trois résultats trouvés au cas où l'un deux seraient la bonne réponse.

POINT 2 – COMPRÉHENSION

Etat des lieux de ce que l'on enseigne

Je résous
des problèmes

Je lis l'énoncé et je le comprends.

Je lis la question et je me demande ce que je cherche.

Je cherche les informations utiles.

Je cherche l'opération à réaliser (si besoin).

Je relis la question et écris une phrase de réponse.

Que proposez-vous aux élèves pour apprendre à résoudre des problèmes ?

QUELLES DIFFICULTÉS ? COMMENT LES TRAVAILLER ?

Difficultés de lecture (1)

- Faire **des tris de textes** pour apprendre à identifier un énoncé de problème
- Donner un énoncé avec des phrases dans le désordre et demander de **reconstituer l'énoncé**.
- Donner des morceaux de différents énoncés mélangés et demander de **reconstituer les différents énoncés**.
- Donner des **énoncés « à trous »** qu'il faut compléter (avec ou sans propositions de réponses).
- Faire, de temps en temps, **« une vraie séance de lecture »** à partir d'un énoncé de problème qu'on résout ensuite.

QUELLES DIFFICULTÉS ? COMMENT LES TRAVAILLER ?

Difficultés de lecture (2)

- De façon plus générale, faire pour chaque problème un « petit travail » en amont sur les difficultés que le maître aura repérées à priori dans l'énoncé.
- Travail plus ponctuel sur un point particulier (travail concernant la partie informative et la partie injonctive d'un énoncé, l'utilisation des phrases interrogatives dans les énoncés de problèmes, l'utilisation des pronoms, faire entourer la (ou les) questions, la tâche à accomplir.)
- Résolution de problèmes dont les énoncés comportent peu ou pas de « français » et inversement.

QUELLES DIFFICULTÉS ? COMMENT LES TRAVAILLER ?

Les consignes :

- Travailler sur les **significations différentes** que peut prendre un même verbe selon qu'on est en mathématiques ou pas (Exemple : comparer)

- Les **verbes** que l'on peut rencontrer dans les énoncés :

Calculer, trouver, ... → calculer

Tracer, dessiner, reproduire, ... → faire un dessin, une figure

Expliquer, dire pourquoi, ... → donner une explication

- Étudier les **différentes formes que peut prendre une consigne** :

Calculer la somme d'argent ...

Calcule la somme d'argent ...

Tu calculeras la somme d'argent ...

Quelle est la somme d'argent ?

Combien a-t-il dépensé? Quel est le montant de la dépense? (calculer)

Quel est le côté le plus long ? (citer)

S'ASSURER DE LA COMPRÉHENSION

Situation de problème ouvert en CM2

**DÉVOLUTION
DU PROBLÈME**



COMMENT S'ASSURER DE LA COMPRÉHENSION

1

Faire reformuler l'énoncé

Faire reformuler les élèves avec leurs propres mots.
Expliciter au besoin le lexique.

2

Faire reformuler ce que l'on doit chercher

Distinguer ce que l'on nous demande de trouver dans le problème, cibler des indices pertinents.

3

Faire raconter la résolution sans les nombres

Donner du sens à l'énoncé, à l'opération en elle-même qui peut être une phrase sans nombre.

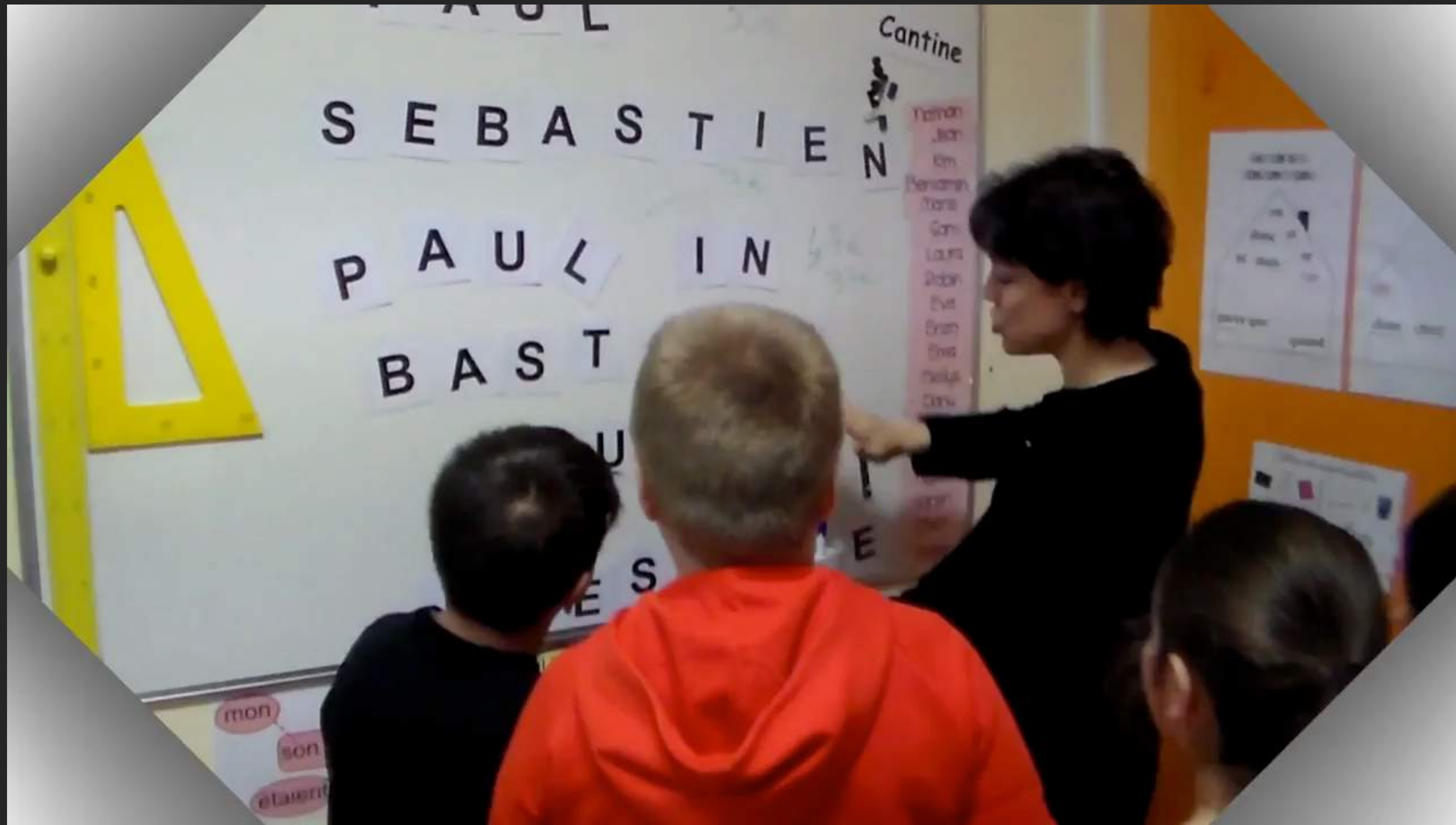
Ex : pour trouver l'ensemble des canards, j'additionne les canards noirs et les canards blancs

4

Faire représenter

Faire représenter la situation, adaptée pour une résolution et laisser l'élève expliciter ses choix.

MANIPULER pour COMPRENDRE



INTÉRÊTS

LIMITES

POINT 2 – COMPRÉHENSION

Données utiles / données inutiles

Un facteur discute avec une dame qu'il connaît. Il lui demande :

« Quel âge ont vos 3 filles ? »

- Le produit de leur âge est égal à 36.
Leur somme est égale au numéro d'en face. »

Le facteur réfléchit puis dit :

« Il me manque une donnée. »

La dame répond alors :

« Vous avez raison, l'ainée est blonde. »

Quel âge a chaque fille ?

$$1 \times 1 \times 36 \quad \text{(~~38~~)}$$

$$1 \times 2 \times 18 \quad \text{(~~21~~)}$$

$$1 \times 3 \times 12 \quad \text{(~~16~~)}$$

$$1 \times 4 \times 9 \quad \text{(~~14~~)}$$

$$1 \times 6 \times 6 \quad (13)$$

$$2 \times 2 \times 9 \quad (13)$$

$$2 \times 3 \times 6 \quad \text{(~~11~~)}$$

$$3 \times 3 \times 4 \quad \text{(~~10~~)}$$

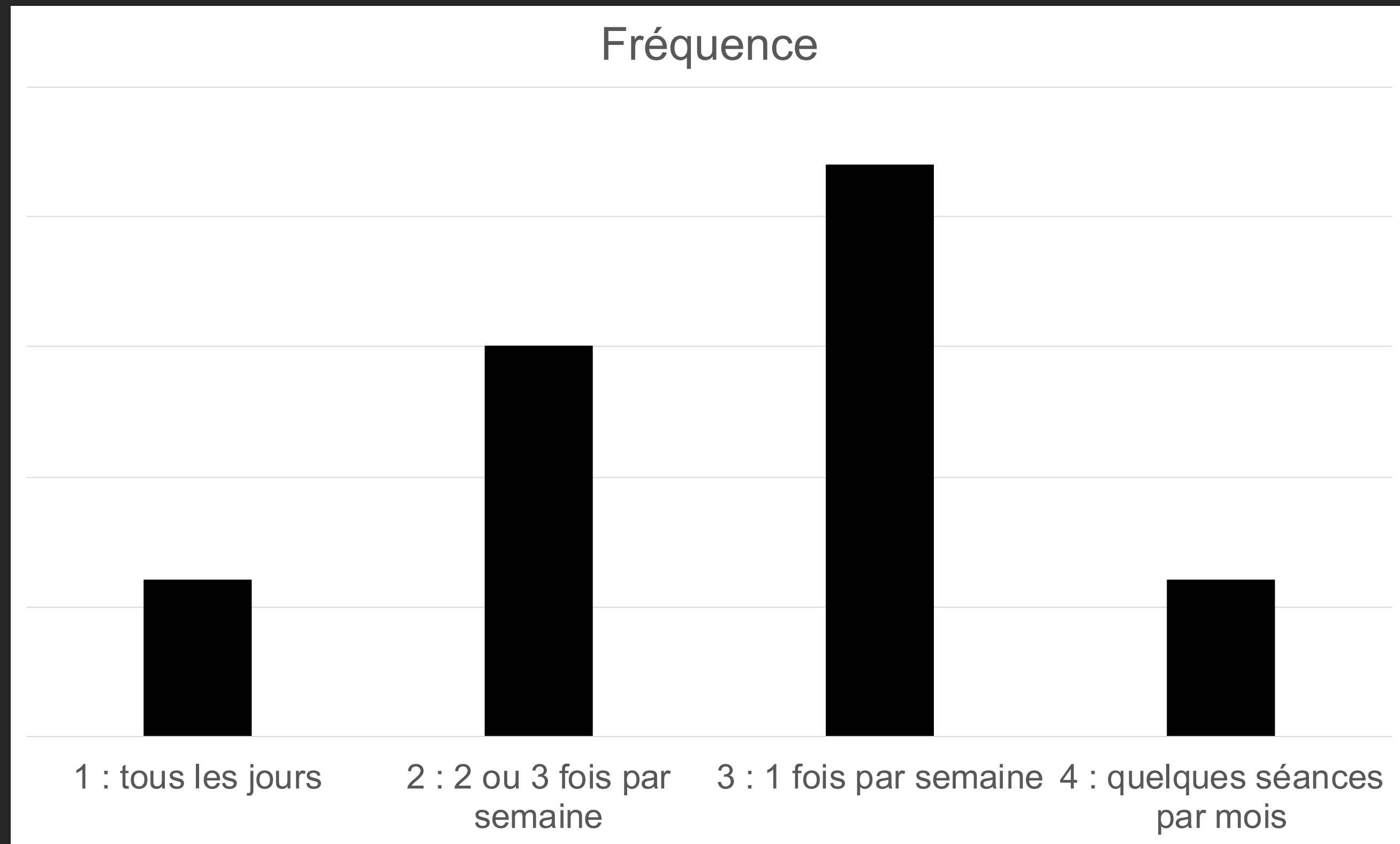
L'ainée est blonde

S'il hésite, c'est que leur somme est identique



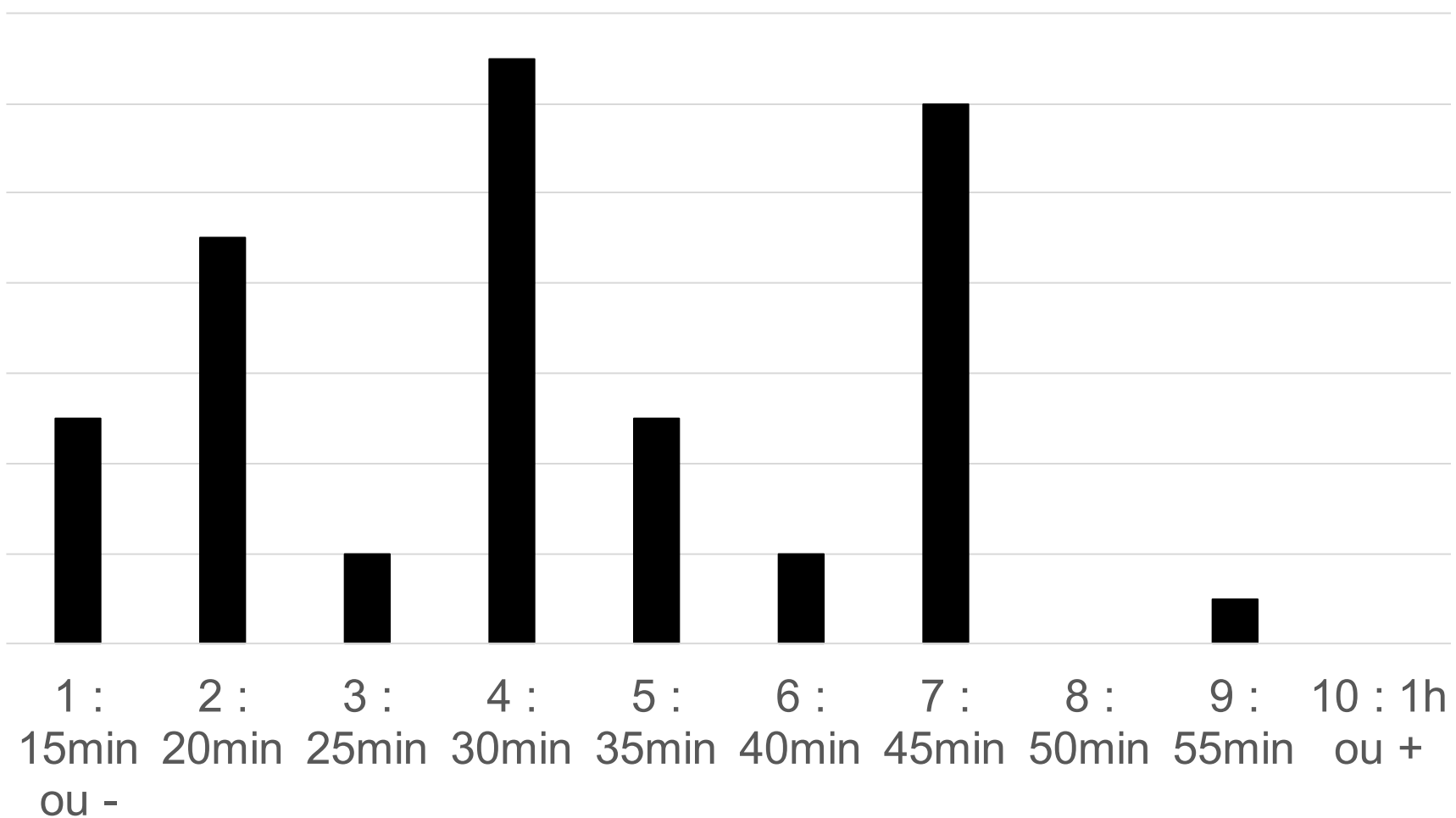
POINT 3 — S'ASSURER
D'UNE CERTAINE
FRÉQUENCE

ÉTAT DES LIEUX

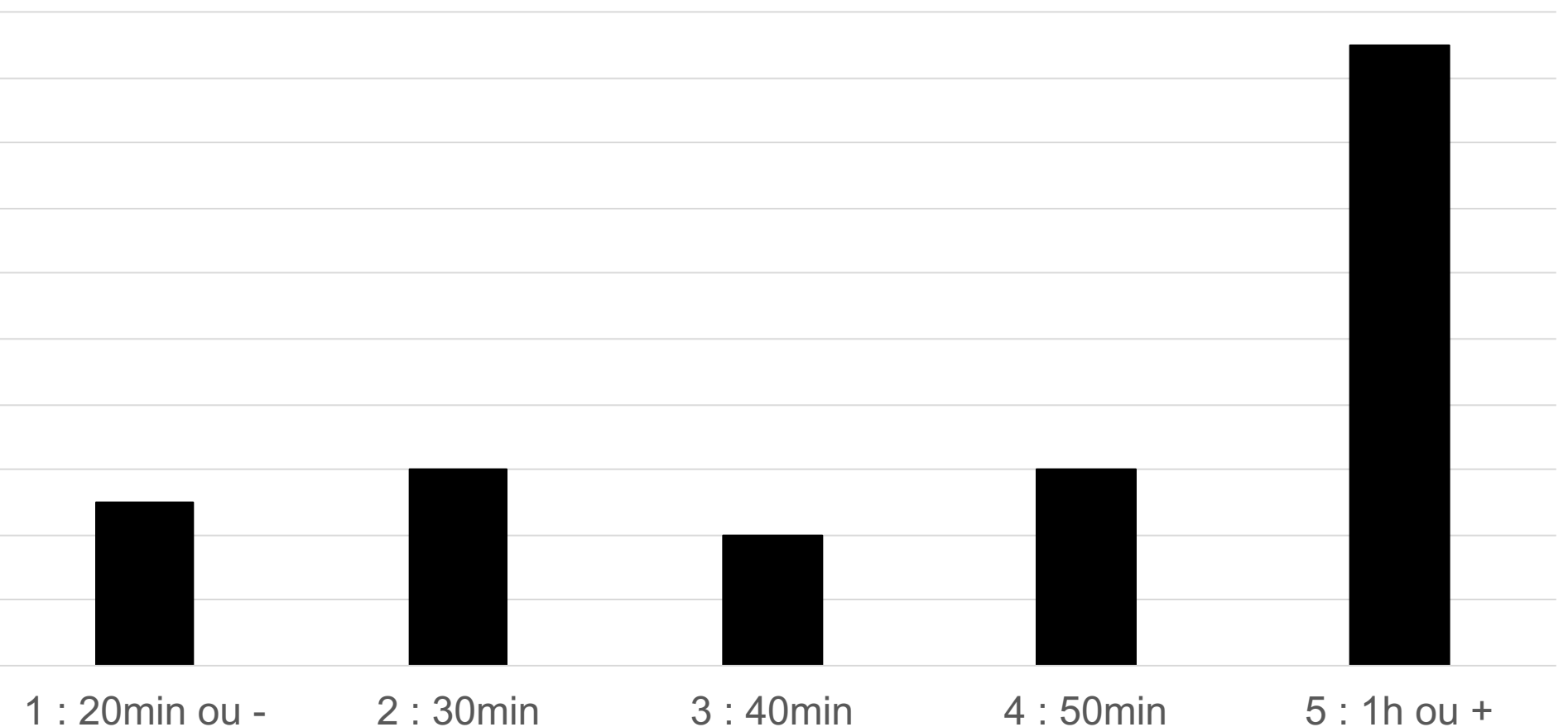


Durée moyenne des séances

Durée moyenne d'une séance



Durée moyenne d'une séance d'apprentissage



FRÉQUENCE

Préconisations :

- 10 problèmes par semaine.
- Séances spécifiques d'apprentissage (réelle analyse des procédures).
- Varier les problèmes (cf. catégorisations vues sur M@gistère)



POINT 4 – DIFFÉRENCIER

COMMENT DIFFÉRENCIER ?

Au niveau de l'aide humaine :

- **Étayage** par l'enseignant (d'un élève, d'un groupe)
- **Réalisation collective d'une ou plusieurs étapes** (lire, représenter, modéliser, calculer)
- **Théâtralisation**

Au niveau des problèmes :

- **Variation** (les données, le contexte, la formulation / langage / syntaxe) ;
- **Problèmes différents** (quantité, contenu, complexité, difficulté).
- Type de problèmes **déjà rencontrés / très éloignés** ;

EXEMPLE

Niveau 1

6 œufs
1,60 €



Quel est le prix de 42 œufs?

Niveau 2

6 œufs
1,60 €



Quel est le prix de 42 œufs?

EXEMPLE

Niveau 3

A l'épicerie, les œufs sont vendus par boîte de six au prix de 1,60 € la boîte.
Combien coûtent 42 œufs?

Niveau 4

Marc veut acheter quarante-deux œufs à l'épicerie. Celle-ci propose les œufs par boîtes de quatre au prix de 1,20 € la boîte ou par boîte de six au pris de 1,60 € la boîte.
Quel choix fera-t-il et combien devra-t-il payer?

COMMENT DIFFÉRENCIER ?

Au niveau des outils / supports :

- Manipulation
- Affichages, sous-main, bande numérique, calculatrice, etc.
- Proposer des représentations, des dessins
- Possibilité d'avoir accès à un « cahier de problèmes »

Au niveau de l'organisation pédagogique :

- Travail par petits groupes, binômes (hétérogènes / homogènes) ;
- Recherche individuelle / groupe de besoins.

POINT 5 – LAISSER DU
TEMPS POUR CHERCHER

POINT 7 – FAVORISER
LES ÉCHANGES ENTRE
PAIRS

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Les différentes phases de la résolution de problèmes

PHASE DE RECHERCHE

*Après 5 minutes de
recherche individuelle ...*

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

Quelle synthèse ?

- Que peut/doit contenir l'institutionnalisation ?
- Doit-on enseigner « une procédure experte » ?
- Quelle est la place de l'écrit ?



POINT 6 – LES
COMPÉTENCES

LES COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES

Des compétences de l'élémentaire au lycée

1

Chercher

- Prélever et organiser les informations nécessaires
- S'engager dans une démarche
- Tester, essayer plusieurs pistes

2

Modéliser

- Utiliser des outils mathématiques
- Trouver la bonne opération
- Utiliser des propriétés géométriques

3

Représenter

- Dessiner, schématiser, etc.
- Utiliser différentes représentations (ex : fractions)
- Représenter des solides

4

Calculer

- Calculer avec des nombres
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats
- Utiliser la calculatrice

5

Raisonner

- Organiser des données multiples
- Progresser dans une investigation
- Justifier la validité de ses informations

6

Communiquer

- Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat
- Expliquer sa démarche ou son raisonnement

3 COMPÉTENCES A PRIVILÉGIER

1

Représenter

Dessiner, schématiser, afin de mieux comprendre la situation.

2

Modéliser

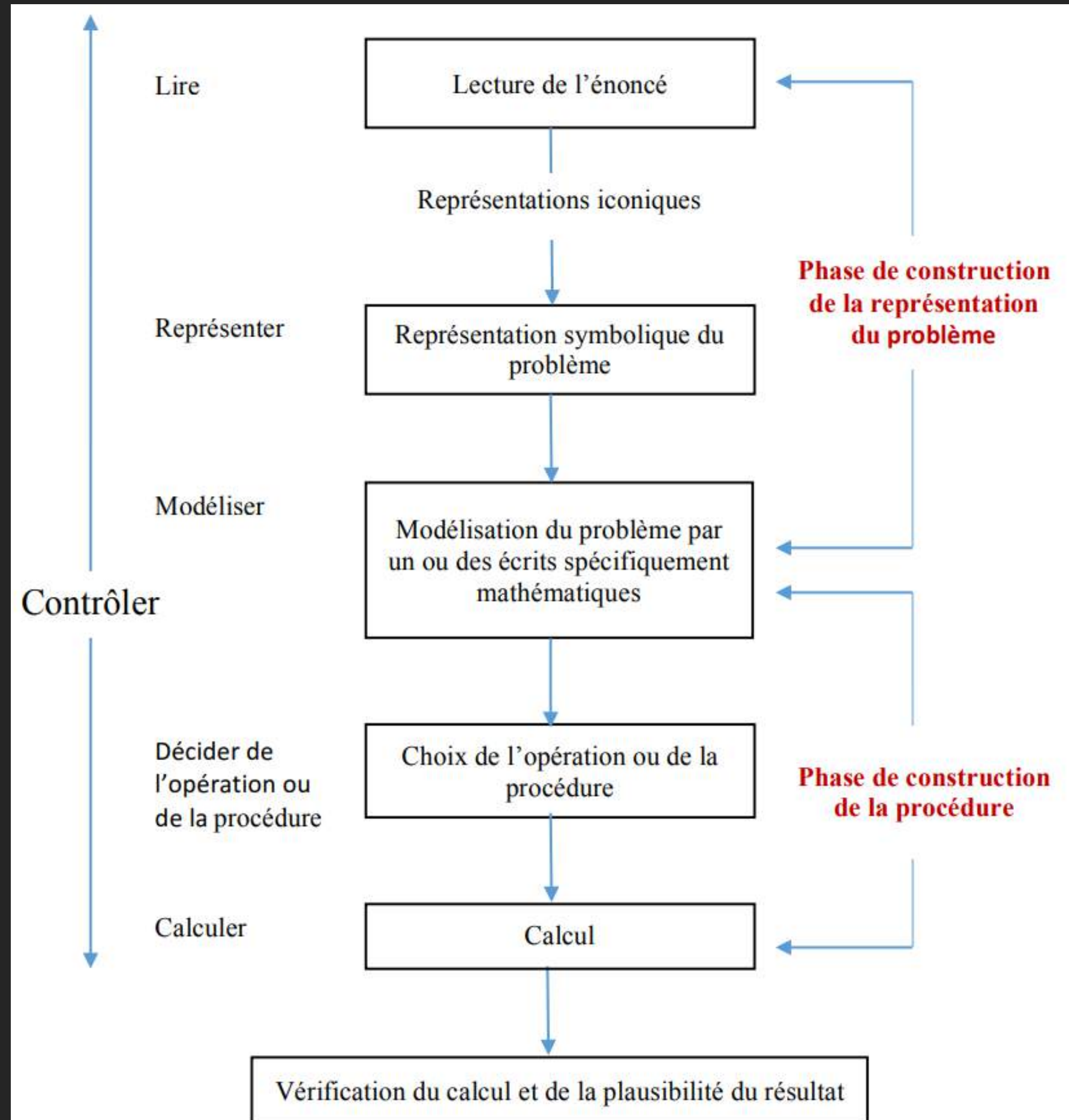
Transformer un énoncé en français dans un langage mathématiques.

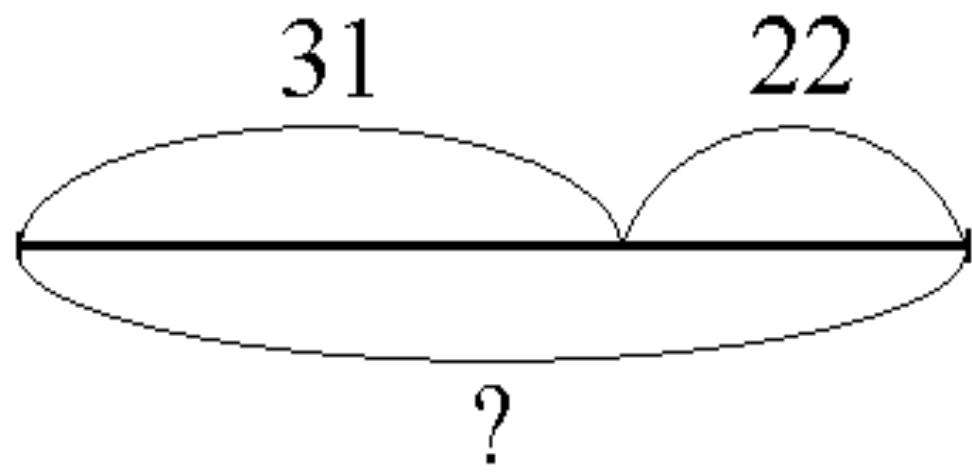
Etape qui permet de trouver le résultat (opération, schéma « réel », etc.)

3

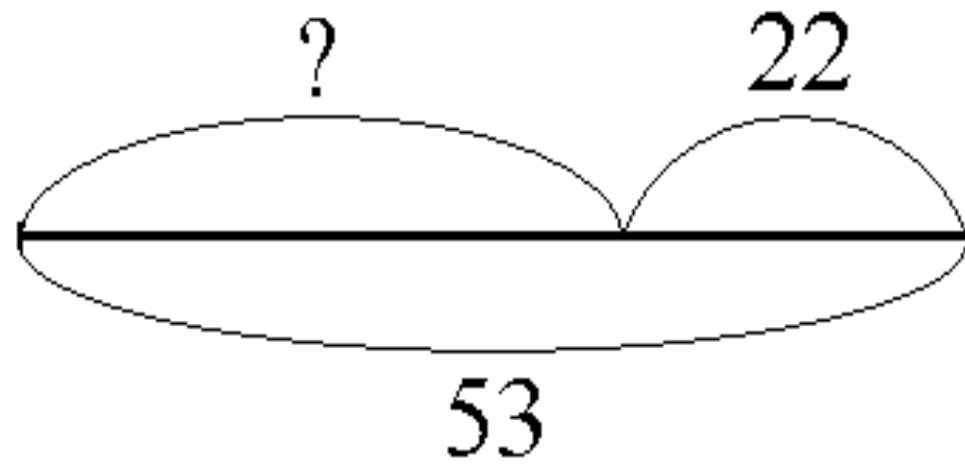
Calculer

Réaliser la technique opératoire.

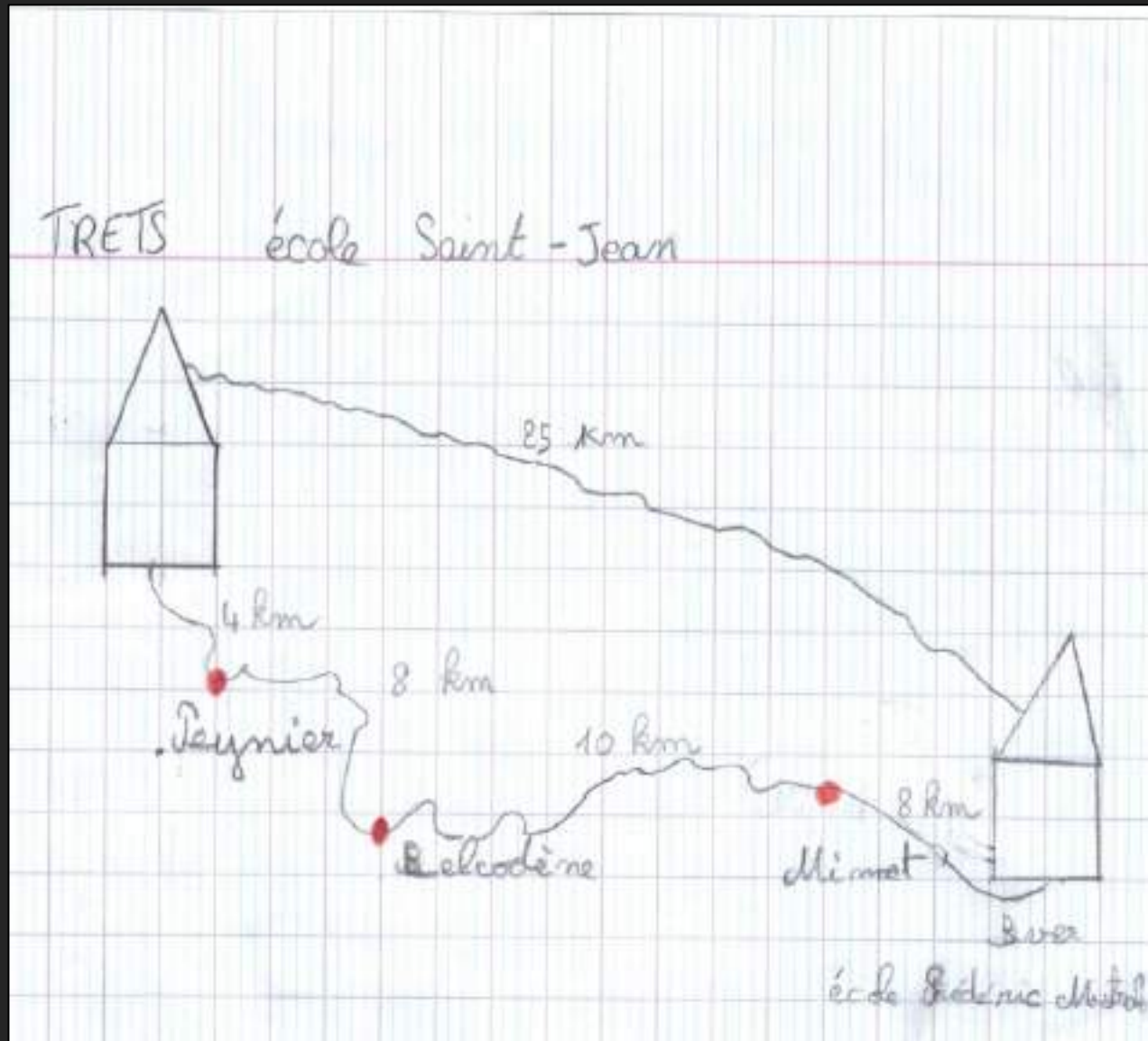
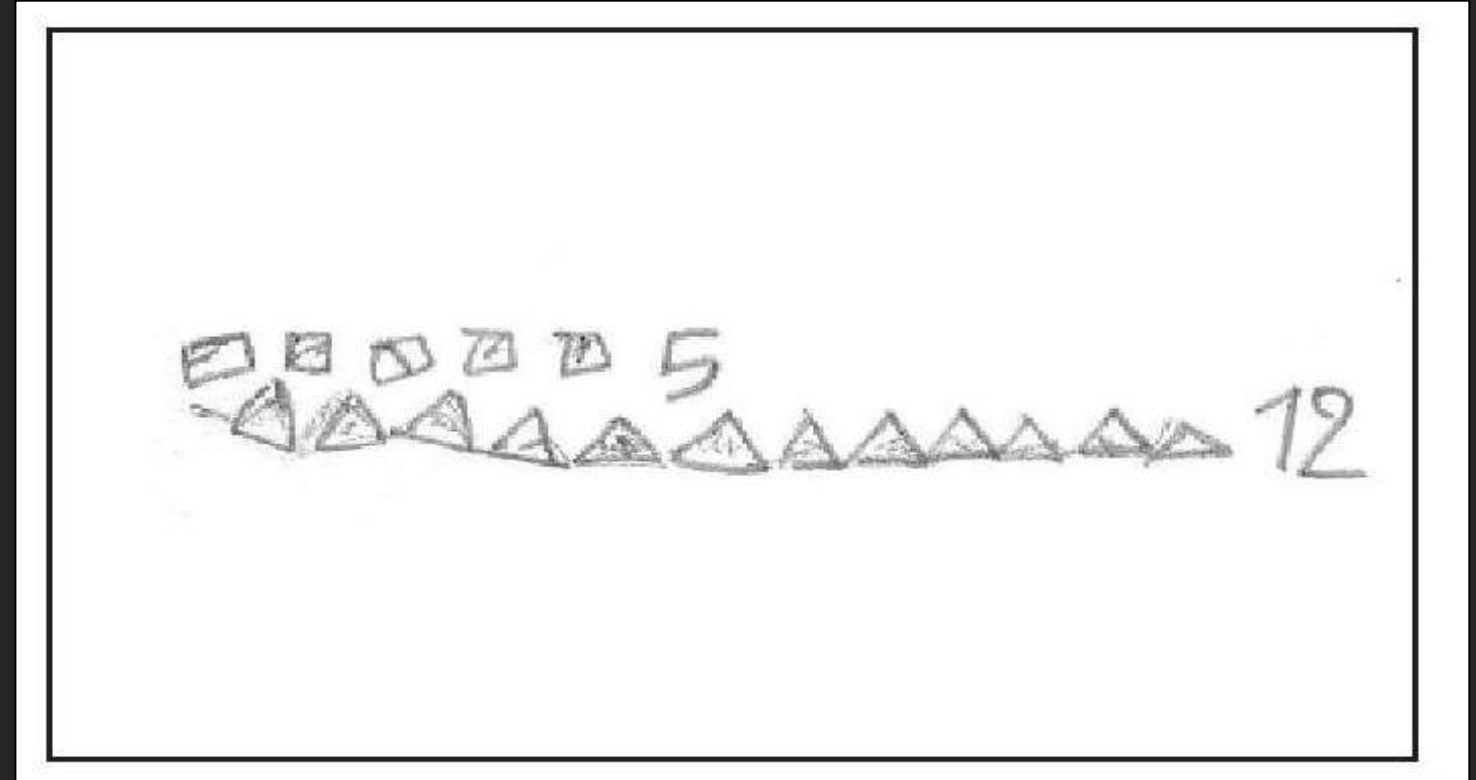




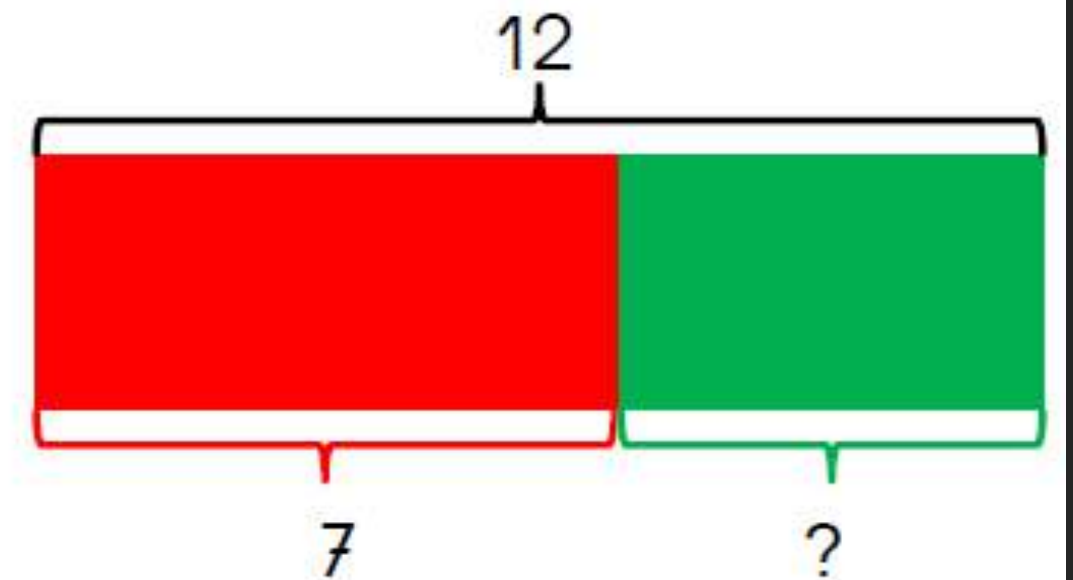
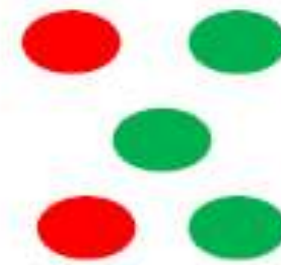
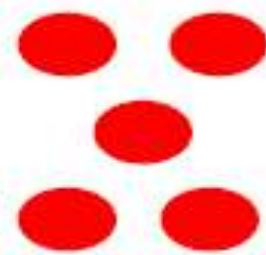
$$31 + 22$$



$$53 - 22$$

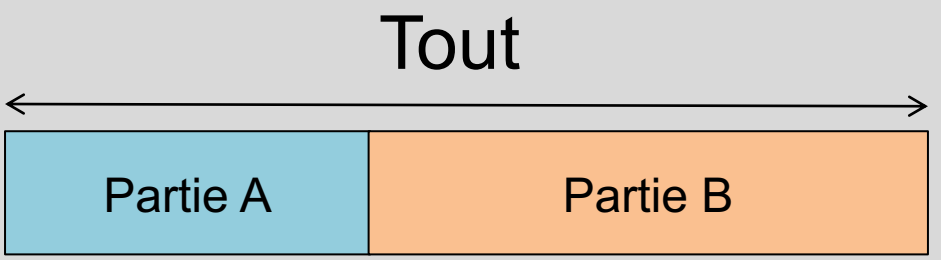

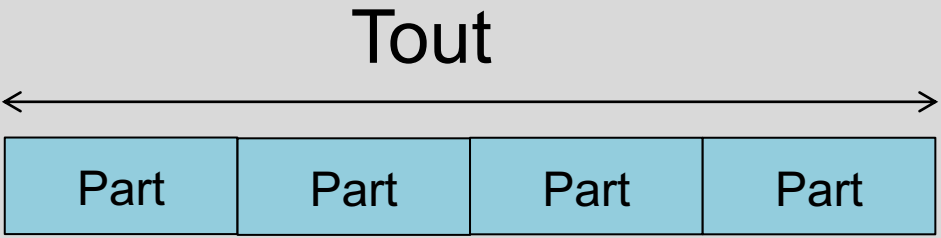
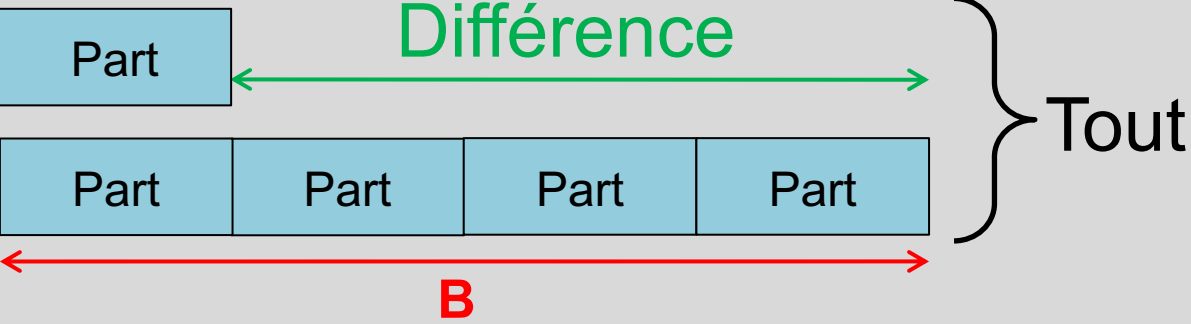


REPRÉSENTER



REPRÉSENTER

Le modèle en barres

Schéma...	... représentant le tout et les parties...	...de comparaison...
<p>...pour l'addition et la soustraction</p>	<p style="text-align: center;">Partie-Partie-Tout</p>  <p>Tout = Partie A + Partie B Partie B = Tout – Partie A</p>	<p style="text-align: center;">Partie-Partie-Tout et Comparaison</p>  <p>Différence = A – B A = Différence + B Tout = A + B</p>
<p>...pour la multiplication et la division</p>	<p style="text-align: center;">Parts égales d'un tout</p>  <p>Tout = Nombre de parts × Part Part = Tout ÷ Nombre de parts Nombre de parts = Tout ÷ Part</p>	<p style="text-align: center;">Parts égales d'un tout et comparaison</p>  <p>B = Nombre de parts dans B × Part Différence = B – Part Tout = (1 + Nombres de parts dans B) × Part</p>

REPRÉSENTER

Modèle en barres - un exemple de résolution

253 élèves ont pris part à une compétition sportive. Si 134 sont des garçons. Combien y avait-il de filles ?



134 garçons

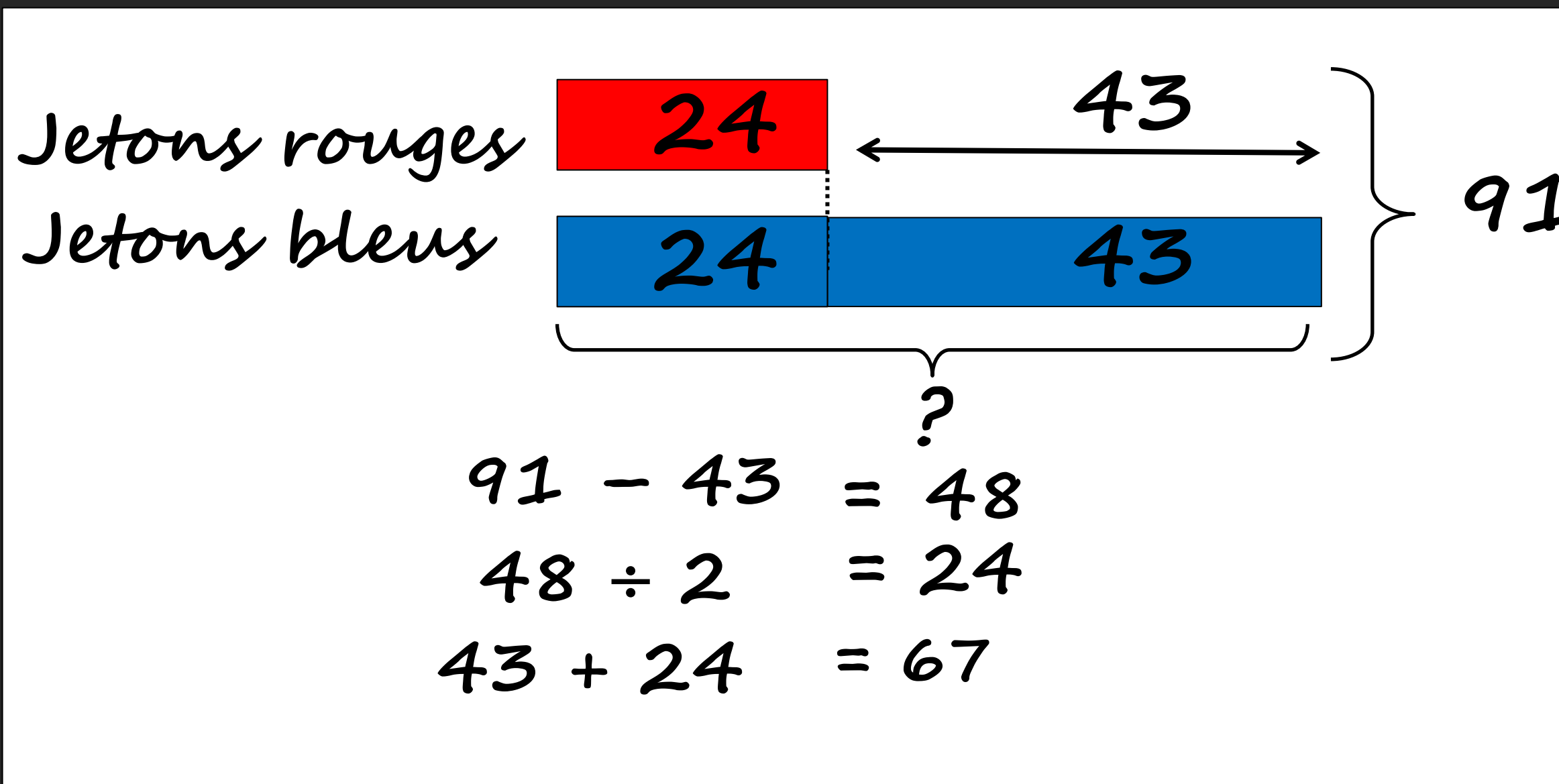
? filles

253 élèves

REPRÉSENTER

Modèle en barres - un exemple de résolution

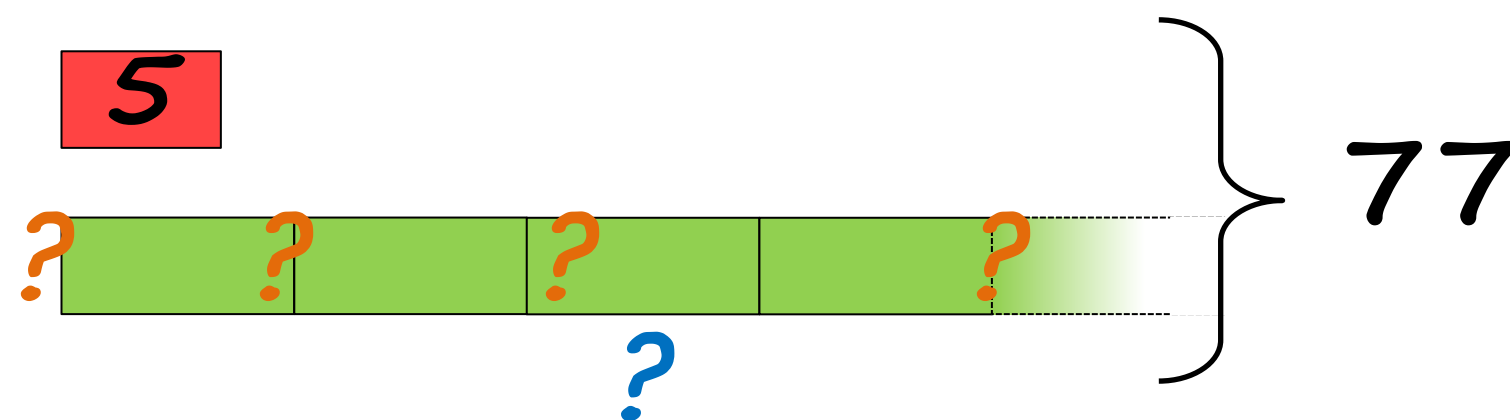
Dans un bocal il y a 91 jetons, certains sont rouges et les autres bleus. Il y a 43 jetons bleus de plus que de jetons rouges. Combien y a-t-il de jetons bleus ?



REPRÉSENTER

Modèle en barres - un exemple de résolution

Des enfants se partagent équitablement 77 images. Après ce partage, ils ont un nombre impair d'images. Combien y a-t-il d'enfants dans ce groupe si, à la fin, il reste 5 images, et en ont au moins quatre chacun.



Combien de parts? (élèves)

Valeur d'une part? (≥ 4 et impair)

$$77 - 5 = 72$$

$$(\text{nb élèves} \times \text{nb images}) = 72$$

Solution(s) ?

$$8 \times 9$$

$$\underline{4 \times 18}$$

$$\underline{3 \times 24}$$

$$\underline{2 \times 36}$$

$$\underline{1 \times 72}$$

$$\underline{9 \times 8}$$

$$\underline{18 \times 4}$$

$$\underline{24 \times 3}$$

$$\underline{36 \times 2}$$

$$\underline{72 \times 1}$$

REPRÉSENTER

LES LIMITES D'UNE REPRÉSENTATION COLLECTIVE - Développer la flexibilité représentationnelle

Ma tante a 15 ans de plus que moi. J'ai 26 ans.

Quel âge a ma tante ?

MODÉLISER ET CALCULER

Astrid a 764 euros sur son compte en banque. Elle va dans un magasin d'informatique où elle achète une imprimante à 217 euros et trois cartouches d'encre coûtant chacune 59 euros.

Combien d'argent a-t-elle sur son compte après ses achats ?

$$\begin{array}{r} \overset{1}{217} \\ + \quad 59 \\ \hline 276 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{1}{276} \\ + \overset{1}{276} \\ + \overset{1}{276} \\ \hline 728 \end{array}$$

Élève A

$$\begin{array}{r} 764 \\ - 728 \\ \hline 044 \end{array}$$

Il reste 44 euros

$$\begin{array}{r} \overset{2}{59} \\ + \overset{1}{59} \\ + \overset{1}{59} \\ \hline 177 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{1}{177} \\ + \overset{1}{217} \\ \hline 394 \end{array}$$

Élève B

$$\begin{array}{r} 764 \\ - 394 \\ \hline 430 \end{array}$$

Il lui reste 430 euros

$$\begin{array}{r} \overset{1}{217} \\ + \quad 59 \\ \hline 276 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{6}{764} \\ - \overset{15}{276} \\ \hline 488 \end{array}$$

Élève C

Astrid a 488 euros

$$\begin{array}{r} \overset{1}{764} \\ + \overset{2}{217} \\ + \quad 59 \\ \hline 1040 \end{array}$$

Élève D

La réponse est 1040 euros

CONCLUSION

1

Variation des problèmes

2

Prendre en compte les obstacles à la compréhension

3

Assurer une fréquence

4

Mettre en place une différenciation

5

S'assurer que le temps de recherche est important

6

Privilégier certaines compétences

7

Favoriser les échanges entre pairs



MERCI POUR
VOTRE ATTENTION